

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2025–2026 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 9 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признается решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.

Желаем вам успеха!

9.1. На доске записано число 20. Каждую минуту с числом, записанным на доске, проделывают одну из четырёх операций: число либо умножают на 2, либо делят на 2, либо умножают на 5, либо делят на 5. Результат операции выписывают на доску, а предыдущее число стирают. Докажите, что число, которое будет написано на доске ровно через час, не будет равно 250.

9.2. Для квадратного трёхчлена $p(x) = x^2 + ax + b$ с целыми коэффициентами a и b при любом действительном значении x выполнено неравенство $p(x) \geq -0,9$. Докажите, что при любом действительном значении x выполнено и более сильное неравенство $p(x) \geq -0,25$.

9.3. Незнайка последовательно измерил расстояния от некоторой точки P внутри квадрата $ABCD$ до четырёх его вершин и получил числа 1 см, 4 см, 8 см, 7 см. Докажите, что Незнайка ошибся.

9.4. В школе прошёл однокруговой шахматный турнир (каждый участник сыграл с каждым ровно один раз). В нём участвовали и мальчики, и девочки, причём девочек было в 3 раза больше. За выигрыш давалось одно очко, за ничью — пол-очка, за поражение — 0 очков. После окончания соревнований оказалось, что девочки в сумме набрали на 20% очков больше, чем мальчики. Какое минимальное количество школьников могло участвовать в турнире?

9.5. Для какого наибольшего натурального числа n существует единственное натуральное число k , удовлетворяющее неравенству

$$\frac{5}{6} < \frac{k}{n} < \frac{6}{7} ?$$

Ответ обоснуйте.

9.6. На разных сторонах прямого угла с вершиной O отметили точки A и B так, что $AO = OB$. Найдите геометрическое место точек, лежащих внутри угла AOB и таких, из которых отрезки OA и OB видны под одинаковыми углами.