

МУНИЦИПАЛЬНЫЙ ЭТАП
ВСЕРОССИЙСКОЙ ОЛИМПИАДЫ ШКОЛЬНИКОВ
ПО МАТЕМАТИКЕ
2024–2025 УЧЕБНОГО ГОДА

Комплект заданий для учеников 9 классов

Уважаемый участник Олимпиады!

1. Решение математической задачи включает не только ответ, но и рассуждение, приводящее к этому ответу. Приведённый ответ без соответствующего рассуждения не может рассматриваться как решение задачи и оценивается не более чем 10 процентами полного балла за задачу (если только решение задачи не подразумевает приведение конкретного примера). Задача признаётся решённой, если в предложенном тексте достаточно явно изложены все идеи, необходимые для получения и обоснования ответа. В зависимости от того, насколько исчерпывающе эти идеи раскрыты, решённая задача оценивается от 50 до 100 процентов от полного балла.

2. Во время тура запрещается пользоваться справочной литературой, микрокалькуляторами, средствами мобильной связи.

3. В геометрических задачах допускается выполнение чертежей ручкой и/или «от руки», без использования чертёжных приборов. Использование чертёжных инструментов не запрещено.

4. При проверке оценивается только математическое содержание работы. Оценка не снижается за небрежность почерка, орфографические, грамматические и стилистические ошибки, грязь и т.п. (если они не препятствуют пониманию решения). Однако, аккуратное оформление улучшает понимание Вашего рассуждения и положительно сказывается на оценке жюри.

5. Задачи не обязательно решать в том порядке, в котором они указаны в тексте.

6. Все задачи равноценны и оцениваются из 7 баллов за задачу.

Максимальная оценка — 42 балла.

Время на выполнение заданий — 3 часа 55 минут.

Желаем вам успеха!

9.1. Набор из трёх ненулевых чисел дважды подставили в качестве коэффициентов квадратного уравнения: сначала в одном порядке, потом в другом. Могло ли оказаться, что в первом случае полученное квадратное уравнение имеет два положительных корня, а во втором — два отрицательных? Ответ обоснуйте.

9.2. При проверке диктанта оказалось, что грубые ошибки у всего класса в сумме составляют более четверти всех ошибок. Если бы каждый ученик сделал в три раза больше грубых ошибок и на две больше негрубых, то число грубых ошибок стало бы ровно в 5 раз меньше числа негрубых. Докажите, что по меньшей мере треть класса написала диктант безошибочно.

9.3. Дан треугольник ABC , в котором $BC = 2AB$. Точка D — середина стороны BC , точка K — середина отрезка BD . Докажите, что $AC = 2AK$.

9.4. Знайка хочет написать на доске 100-значное натуральное число, а затем разбить его десятичную запись в одном месте (не перед цифрой 0) на два многозначных числа так, чтобы одно число являлось квадратом другого. Незнайка утверждает, что Знайке этого сделать не удастся. Прав ли Незнайка? Ответ обоснуйте.

9.5. В вершинах правильного шестиугольника со стороной 1 находятся нефтяные вышки. Требуется построить сеть дорог, чтобы по ним от каждой вышки можно было проехать к любой другой вышке. Обозначим через S минимально возможную сумму длин этих дорог. Докажите, что $S \leq 3\sqrt{3}$.

9.6. Докажите, что если сумма трёх дробей

$$\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}, \quad \frac{b^2 + c^2 - a^2}{2bc}, \quad \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$$

(a , b и c — действительные числа) равна 1, то одна из этих дробей равна -1 , а две другие равны 1.