

Задача А. Поле брани

Идея решения прямолинейна: всякий Змей Горыныч имеет 3 головы и 2 ноги, а пара Алёша-конь — 2 головы и 6 ног. Таким образом, если у нас n Змеев и k Алёш, то голов имеется $3n + 2k$, а ног — $2n + 6k$. Нужно считать данные, произвести эти вычисления и выдать результат.

Задача В. Банный день

Для того, чтобы ведром объёма p наполнить бак V надо сделать $n = \lceil V/p \rceil$ походов к колодцу. При этом имеется времени на $m = \lfloor T/t \rfloor$ походов. Здесь символы $\lceil \cdot \rceil$ и $\lfloor \cdot \rfloor$ означают округление вверх и округление вниз соответственно. Стало быть, если $n \leq m$, то через время T бак будет полон. Если же $n > m$, то через время T в баке будет $p \cdot m$ литров воды.

Задача С. Турнир по крестикам-ноликам

Заметим, что Петя и Миша в каждом туре сыграли в сумме три партии: по одной той, которую играли между собой, и ещё одну сыграл победитель в финале с девочкой, победившей в своей паре. То же самое можно сказать и про девочек. Стало быть, сумма партий, сыгранных Петей и Мишей, равна сумме партий, сыгранных Галей и Валей: $p + m = g + v$. Откуда $p = g + v - m$.

Примечания

Из соображений, что в каждом туре оба мальчика (и обе девочки) в сумме сыграли три партии, следует, что сумма $p + m$ делится на 3 так же, как и сумма $g + v$.

Кроме того, число m не может быть слишком большим, иначе p будет слишком маленьким и не будет отвечать тому числу партий, которые могли быть сыграны Петей. И наоборот, m не может быть слишком маленьким. несложно понять, что g не должно превосходить $1.5v$, v не должно превосходить $1.5g$, а m должно быть не меньше трети и не больше двух третей от суммы $(g + v)$.

Именно про эти факты в условии сказано, что данные соответствуют какому-то допустимому набору игр. Однако в условии гарантии корректности входных данных решение строится без этих рассуждений.

Задача D. Длинное слово

Задача является чисто технической. Один из возможных алгоритмов решения: заводим логический массив из 26 элементов и инициализируем его `false`'ами. Затем перебираем символы строки, и для каждого символа выставляем в `true` элемент массива, соответствующий этой букве. Индекс элемента, соответствующего i -ому символу строки `str`, может быть вычислен как `ord(str[i]) - ord('A') + 1` в Паскале и `str[i] - 'A' + 1` в Си. После того, как все символы строки обработаны, считаем количество ячеек нашего массива, выставленных в `true`.

Задача Е. На физкультуре

Задачи, связанные с делимостью целых чисел, при простой формулировке очень часто бывают крайне сложными. В этой задаче так же. Фактически, требуется найти такое наименьшее положительное целое число n , что $n = a \cdot l + 1 = b \cdot m - 1$ при заданных l и m . Никакого хорошего алгоритма решения тут нет, поэтому предлагается искать n перебором.

Подзадача 1

В этой подзадаче перебор можно вести, просто перебирая все натуральные числа k и проверяя их остатки от деления на l и m (или проверяя на делимость на a число $k - 1$, и на число b число $k + 1$), пока нужное не будет найдено. Не очень сложно показать, что если l и m взаимно просты, то искомое число не превосходит ab . В условиях подзадачи — не превосходит 10000. Такой перебор делается современным компьютером мгновенно.

Подзадача 2

Здесь перебор может идти до заявленной оценки, до двух миллиардов. Такой перебор займёт уже секунды и не уложится во временные ограничения.

Однако его можно сократить, перебирая не кандидатов на число n , а множитель a перед l или множитель b перед m . Принципиально это не ускорит перебор, но сделает его кратно меньшим. Полный балл получит программа, которая перебирает a или b в зависимости от того, что больше, l или m : перебирать, конечно, лучше множитель у большего из этих двух чисел.

Примечания

Вообще-то в изложенном разборе было несколько слукавлено о том, что нет хороших алгоритмов для нахождения n . Если рассмотреть соотношение в вводной части как уравнение относительно a и b при заданных l и m , то получим соотношение $m \cdot b - l \cdot a = 2$ с целыми коэффициентами m и l . При этом нас интересуют только целые решения a и b . Такие уравнения называются *диофантовыми* в честь древнегреческого математика Диофанта Александрийского (примерно III в.д.н.э.), который на доступном ему уровне математики исследовал, в частности, такие уравнения. Соответственно, уже с тех пор существуют алгоритмы решения подобных уравнений, более рациональные, нежели прямолинейный перебор.